

# Bolyai Farkas (1775 - 1856)



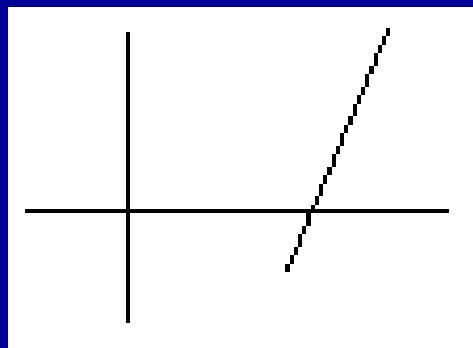
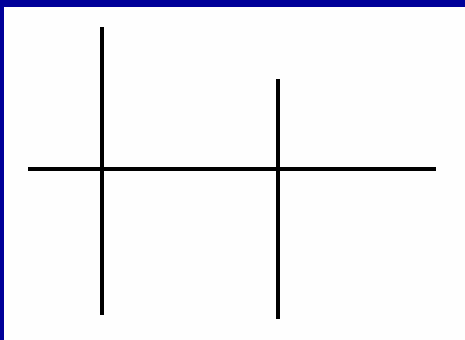
- Matematikus
- Festő
- Író
- Zenész / zenetudós
- Fizikus, kémikus
- Erdész
- Feltaláló



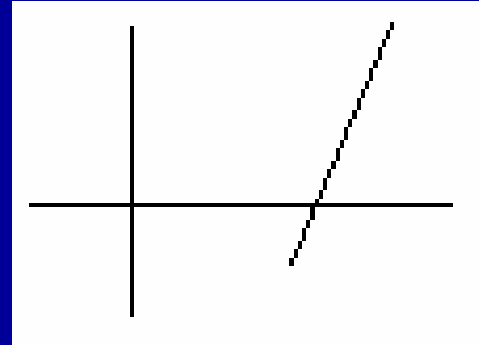
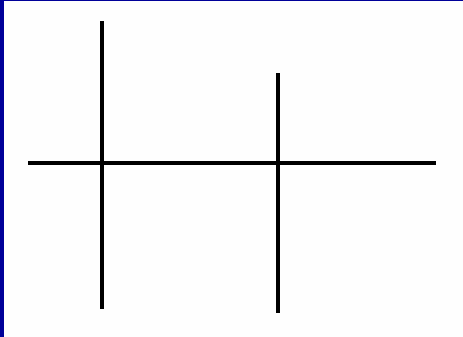
# Euklidesz öt posztulátuma

- Bármely pontból minden más ponthoz húzható egyenes.
- Az egyenes bármeddig meghosszabbítható.
- Bármely pont mint középpont körül akármekkora sugárral kör rajzolható.
- Minden derékszög egyenlő. ☺
- Ha egy egyenes másik két egyenest úgy metsz, hogy a metsző egyenes ugyanazon oldalán belül keletkező két szög összege a derékszög kétszeresénél kisebb, akkor a két egyenes határtalanul meghosszabbítva azon az oldalon találkozik, amelyiken a derékszög kétszeresénél kisebb összegű szög van.

Mi is az ötödik posztulátum?

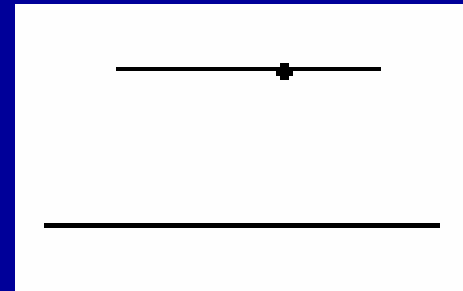
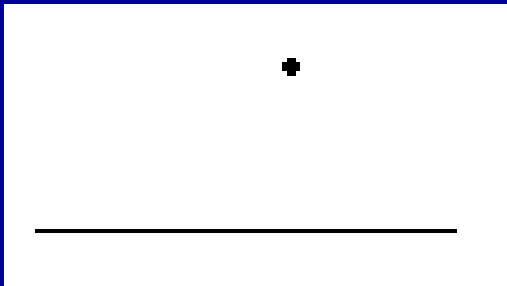


Mi is az ötödik posztulátum?



Hogyan hangzik egyszerűbben?

Egy egyeneshez külső ponton át pontosan egy párhuzamos egyenes húzható. (Egyszerűbb? 😊)



# Bolyai János (1802 - 1860)



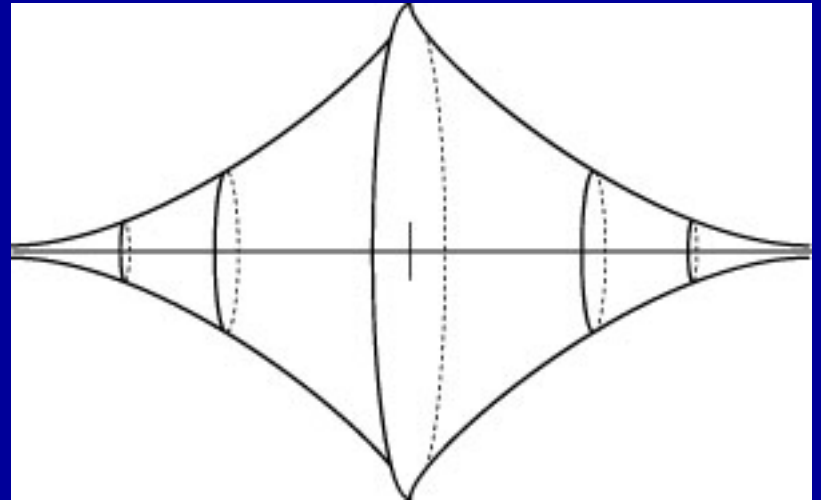
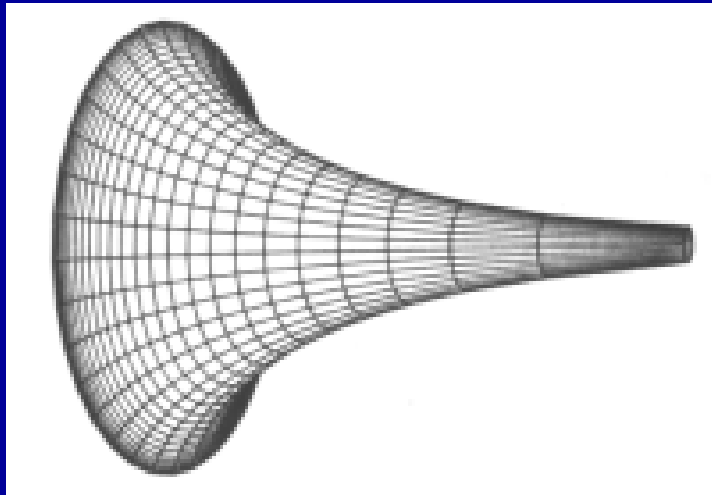
Nietzsche (?)

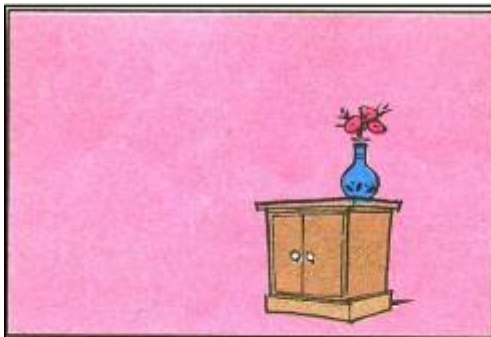


Bolyai (?)

- Ha egy egyenes másik két egyenest úgy metsz, hogy a metsző egyenes ugyanazon oldalán belül keletkező két szög összege a derékszög kétszeresénél kisebb, akkor a két egyenes határtalanul meghosszabbítva azon az oldalon találkozik, amelyiken a derékszög kétszeresénél kisebb összegű szög van.
- *„...életem és időm virágát mindez vette el...”*
- *„Megfoghatatlan, hogy ez az elháríthatatlan homály, ez az örök napfogyatkozás, ez a mocskok hogy hagyatott a Geometriában; ez az örök felleg a szűz tiszta igazságon.”*
- *„...a Geometriához, a földhöz elveszi az ember kedvét...”*
- *„...úgy irtózz tőle, mint akármicsoda feslett társalkodástól... megfoszthat minden idődtől, egészségedtől s egész életed boldogságától.”*
- ***„...soha meg nem mutatod, hogy azokkal a meg nem szűnő mind egymértékű béhajlásokkal valaha az alsó rectát vágni fogja...!”***

Pszeudoszféra (hiperbolikus geometriához 😊)

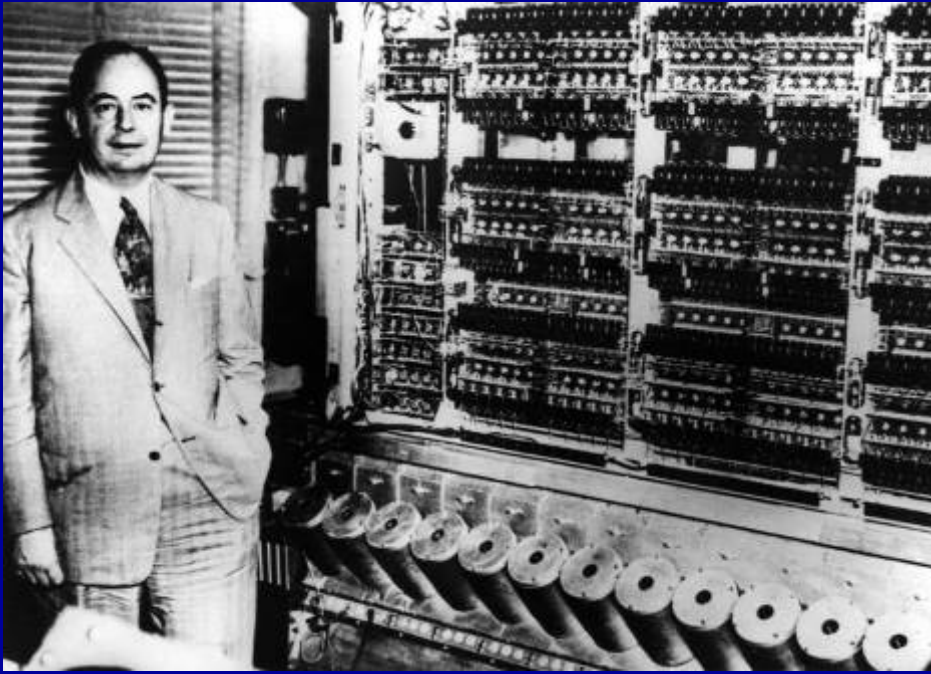






Neumann János (1903 - 1957 )

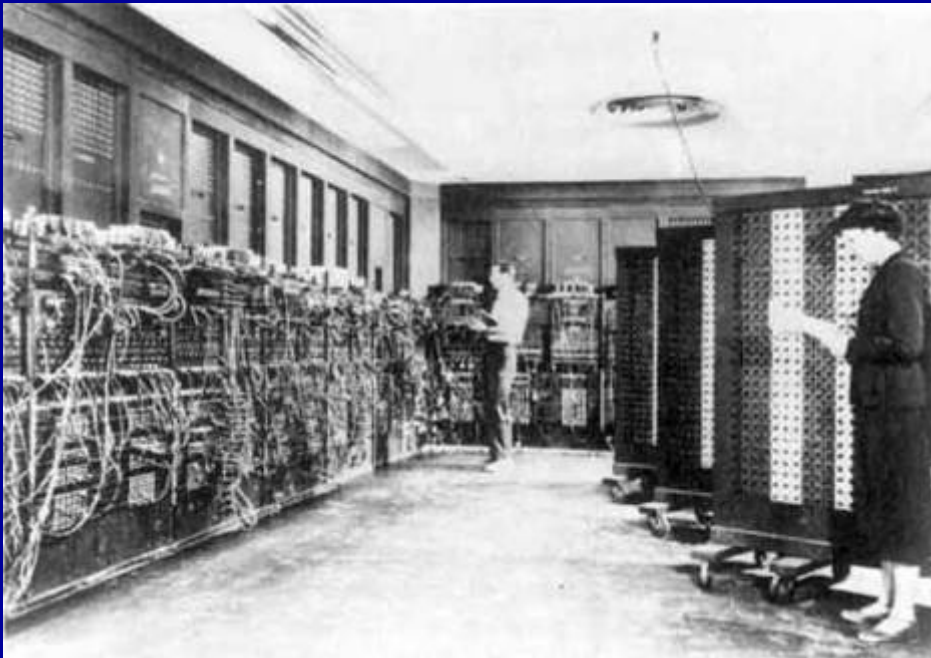




EDVAC

(85 m<sup>2</sup>, 80 t)

és

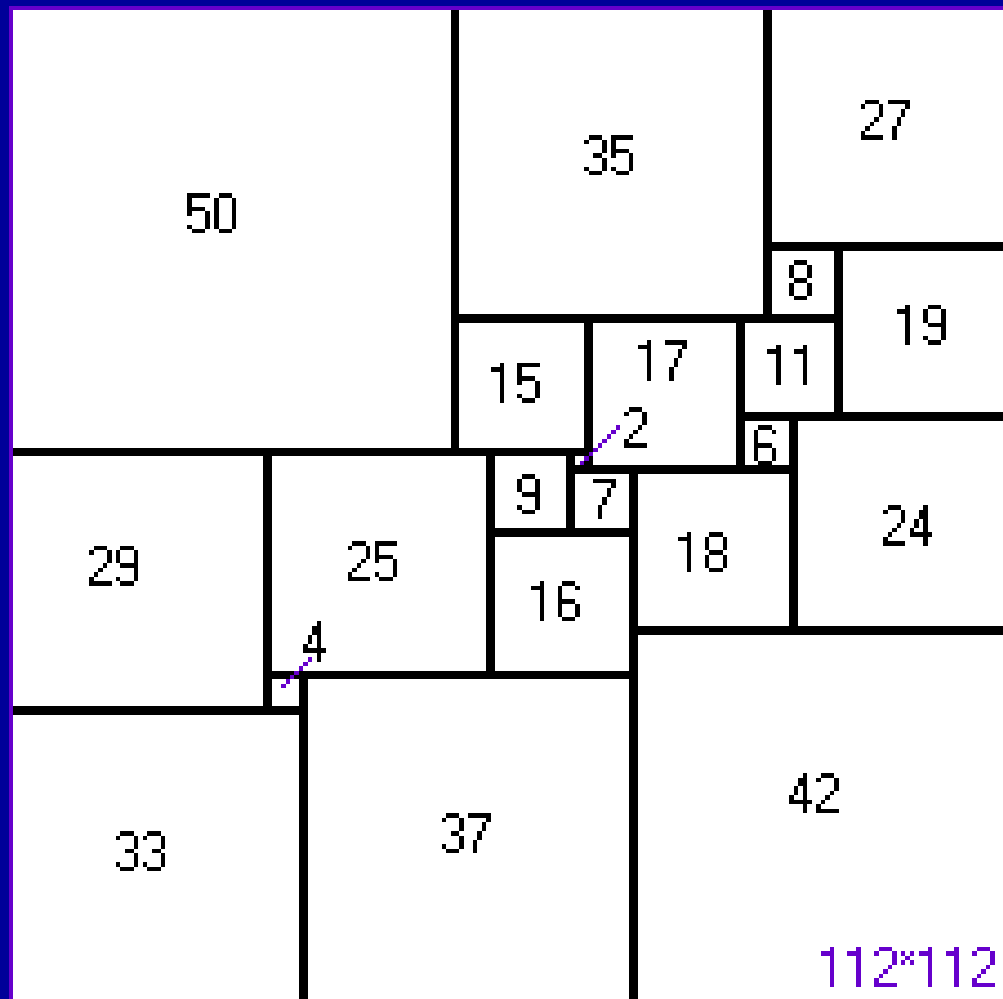


ENIAC

(67 m<sup>2</sup>, 30 t)

# Erdős Pál (1913 - 1996)





- Elsőéves egyetemistaként egyszerű bizonyítást adott a Csebisev-tételre: minden egynél nagyobb szám és kétszerese között van prímszám.
- Atle Selberggel elemi bizonyítást adott a prímszám-tételre.
- Belátta, hogy van olyan  $c < 1$  szám, hogy végtelen sok  $p$  prímsre  $p' - p < c \log p$  ahol  $p'$  a következő prím.
- A másik irányban belátta, hogy alkalmas  $c > 0$  konstanssal van végtelen sok  $p$  prím, hogy

$$p' - p > c \frac{\log p \log \log p}{(\log \log \log p)^2}$$

- J. L. Selfridge-dzsel belátta, hogy egymásutáni számok szorzata sohasem teljes hatvány.

- Bebizonyította, hogy  $n \geq 2k, k \geq 4$  esetén az  $\binom{n}{k}$  binomiális együttható értéke nem lehet teljes hatvány.

- A. Ginzburggal és A. Zivvel igazolta, hogy  $2n - 1$  egész szám közül mindig kiválasztható pontosan  $n$ , hogy az összegük osztható  $n$ -nel (Erdős–Ginzburg–Ziv-tétel).
- Megmutatta, hogy minden monoton additív számelméleti függvény  $c \log n$  alakú.
- Megválaszolta Szidon Simon kérdését: van természetes számoknak olyan sorozata, hogy minden egynél nagyobb  $n$  természetes szám előáll a sorozat két tagjának összegként, de legfeljebb  $c \log n$ -szer.

- Bebizonyította, hogy a  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n - 1}$  sor összege irracionális szám.

- Példát adott olyan, páratlan számokból álló végtelen sorozatra, melynek egyik tagja sem áll elő egy prímszám és egy 2-hatvány összegeként.
- Bebizonyította, hogy ha  $\kappa$  szinguláris számosság akkor minden  $\kappa$  számosságú gráf tartalmaz végtelen teljes vagy  $\kappa$  számosságú üres részgráfot.

- Hajnal Andrással megmutatta, hogy ha egy végtelen gráf nem tartalmaz négy hosszúságú kört, akkor megszámlálható sok színnel színezzhető.

- Feller-rel és Pollard-ral megmutatta, hogy ha  $P(x) = p_0 + p_1 x + \dots$ , ahol  $p_0, p_1, \dots \geq 0, \sum p_n = 1, 1/(1 - P(x)) = \sum u_n x^n$ , ami  $m \geq 2$ -re

nem hatványsora  $x^m$ -nek, akkor  $u_n$  konvergál  $1/\sum k p_k$ -hoz.

- W. H. J. Fuchs-szal igazolta, hogy ha  $a_1, a_2, \dots$  természetes számok sorozata, akkor  $a_i + a_j \leq x$  megoldásainak száma nem lehet  $c x + o(x^{1/4} / \log x^{1/2})$  ahol  $c > 0$ . (Erdős-Fuchs tétel)

- Belátta, hogy a racionális tagokból álló négyzetesen konvergens sorok metrikus tere egydimenziós, így a dimenzió nem mindig adódik össze topológikus terek szorzatánál.

Bebizonyította, hogy ha az  $a_1, a_2, \dots$  sorozat  $\alpha$  Snyirelman-sűrűsége szigorúan 0 és 1 közötti, a  $b_1, b_2, \dots$  sorozatból  $K$  összegeként minden természetes szám előállítható, akkor az  $a_i + b_j$  sorozat Snyirelman-sűrűsége  $\alpha$ -nál nagyobb, azaz minden bázis lényeges komponens.

- Véletlen módszerrel bebizonyította minden  $n$  és  $s$  értékére  $n$ -kromatikus  $s$  kerületű (legrövidebb kör hossza) gráf létezését.

- Az átlós Ramsey-számokra a  $2^{\frac{n}{2}} < R(n, n) < 4^n$  becslést adta.

- $n \geq 2k$  esetén egy  $n$ -elemű halmaznak legfeljebb

$\binom{n-1}{k-1}$  páronként metsző  $k$ -elemű részhalmaza adható meg (Erdős-Ko-Rado tétel)

- Igazolta, hogy valós számok bármilyen  $ab+1$  hosszúságú sorozata tartalmaz  $a+1$  hosszú növe vagy  $b+1$  hosszú csökkenő részsorozatot (Erdős-Szekeres-tétel)

- Rényi Alfréddal és T. Sós Verával megmutatta, hogy ha egy véges gráfban bármely két csúcsonk pontosan egy közös szomszédja van, akkor van olyan csúcs, ami az összes többivel szomszédos (barátság-tétel).

- A. H. Stone-nal példát adott két olyan, valós egyenesen lévő Borel-halmazra, melyek pontonkénti összege nem Borel-halmaz.

- Bebizonyította, hogy ha egy kontinuumnál nagyobb teljes gráf éleit megszámlálható sok színnel színezzük, akkor van megszámlálhatónál nagyobb egyszínű teljes részgráf.

- Ha az  $ABC$  háromszög belsejében levő  $P$  pont távolsága a csúcsoktól  $a, b, c$ , az

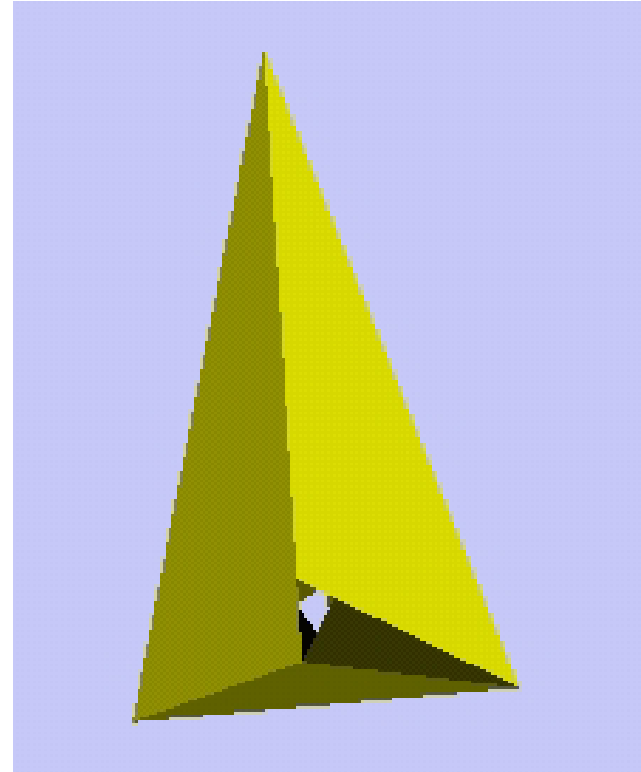
oldalaktól  $x, y, z$ , akkor  $a + b + c \geq 2(x + y + z)$ . (Erdős-Mordell-tétel)

- Ha természetes számok egy sorozatának reciprokösszege divergens, akkor a sorozat tartalmaz tetszőleges hosszú számtani sorozatot.
- Természetes számok minden pozitív felső sűrűségű sorozata tartalmaz tetszőlegesen hosszú számtani sorozatot. (Erdős-Turán sejtés, Szemerédi tétele)
- Ha a  $k \times n$  pontból álló gráfban minden pont foka kisebb, mint  $k$ , akkor  $k$  színnel egyenletesen színezhető, tehát úgy, hogy minden színosztályban pontosan  $n$  pont van. (Hajnal-Szemerédi-tétel)
- Ha egy gráf  $n$  darab, egymást páronként legfeljebb egy pontban metsző teljes  $n$ -es gráf uniója, akkor  $n$  színnel színezhető. (Erdős-Faber-Lovász-sejtés)
- Ha egy végtelen gráfban  $a$  és  $b$  össze nem kötött pontok, akkor van  $a$ -t és  $b$ -t összekötő utak egy  $P$  rendszere és  $a$ -t és  $b$ -t elválasztó pontok egy  $S$  halmaza, hogy  $S$  minden pontja pontosan egy  $P$ -beli útra illeszkedik és minden  $P$ -beli út pontosan egy  $S$ -beli pontot tartalmaz (általánosított Menger-sejtés, 2007-ben igazolta Ron Aharoni és Eli Berger).

# Szilassi Lajos (1942- )



# Császár-poliéder







# Laczkovich Miklós (1948- )



$$0.6931472\dots = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots =$$

$$\begin{aligned} 0.6931472\dots &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots = \\ &= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \dots = \end{aligned}$$

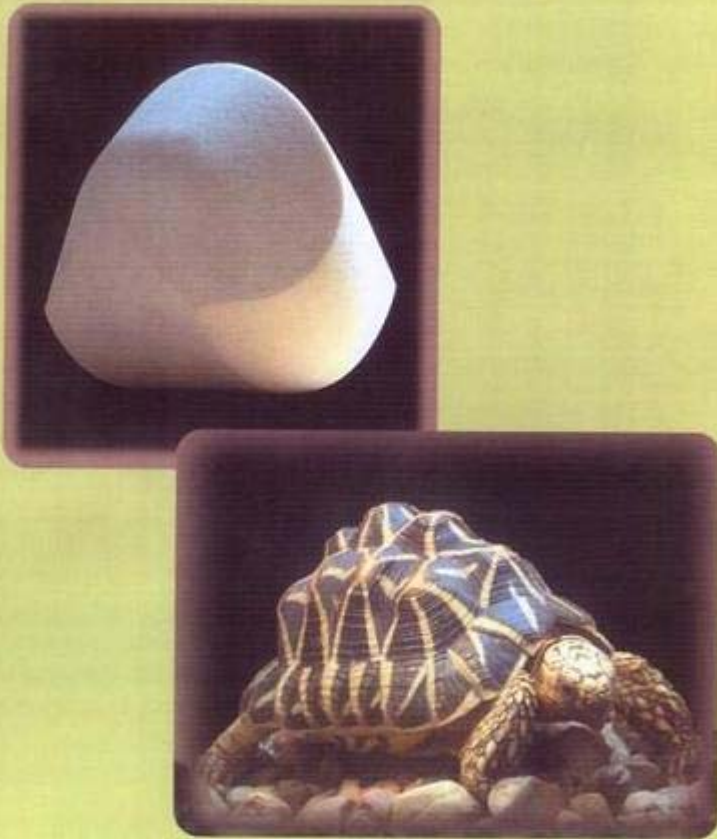
$$\begin{aligned}
0.6931472\dots &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots = \\
&= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \dots = \\
&= 1 - \underbrace{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} \dots =
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0.6931472\dots &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots = \\
&= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \dots = \\
&= \underbrace{1 - \frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} \dots = \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \dots =
\end{aligned}$$


$$\begin{aligned}
0.6931472\dots &= 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \frac{1}{7} - \frac{1}{8} \dots = \\
&= 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{3} - \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{5} - \frac{1}{10} \dots = \\
&= 1 - \underbrace{\frac{1}{2}}_{\frac{1}{2}} - \frac{1}{4} + \underbrace{\frac{1}{3} - \frac{1}{6}}_{\frac{1}{6}} - \frac{1}{8} + \underbrace{\frac{1}{5} - \frac{1}{10}}_{\frac{1}{10}} \dots = \\
&= \frac{1}{2} - \frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{1}{8} + \frac{1}{10} \dots = \\
&= \frac{1}{2} \left( 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \dots \right) = \frac{1}{2} \cdot 0.6931472\dots
\end{aligned}$$

VOLUME 26  
NUMBER 4  
FALL 2008

The Mathematical  
**Intelligencer**



**Optimal Turtles**

 Springer

Várkonyi Péter,  
Domokos Gábor:

Gömböc

<http://www.gomboc.eu>

Ottlik  
Géza

Iskola  
a határon



ESTERHÁZY PÉTER

Termelési-regény  
(kissregény)

MAGVETŐ KÖNYVKIADÓ